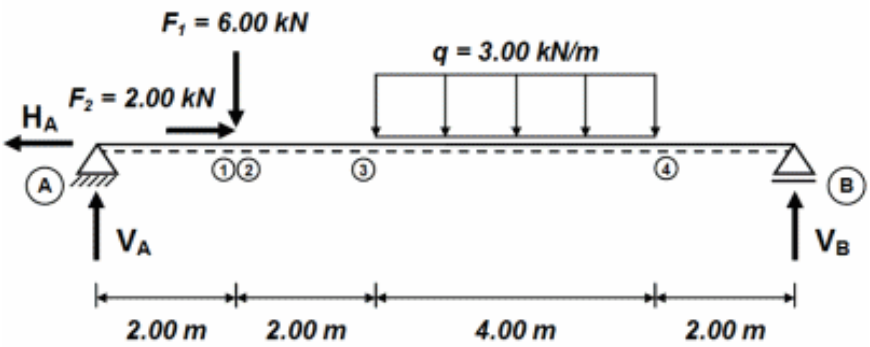
Einfeldträger unter horizontaler und vertikaler Einzellast sowie vertikaler Streckenlast

Auf den folgenden Seiten wird das Knotenschnittverfahren zur Berechnung statisch bestimmter Systeme am Beispiel eines Einfeldträgers veranschaulicht. Dabei gliedert sich die Berechnung in folgende Schritte:

- Auflagerkräfte: Bestimmung der Auflagerreaktionen am System
- Schnittkraftermittlung: Schrittweise Bestimmung der Schnittgrößen an markanten Punkten
- Schnittkraftlinien: Darstellung der Normalkraft-, Querkraft- und Momentenverläufe
- Maximales Moment: Ermittlung der Größe und der Position des maximalen Momentes

System und Belastung



Auflagerkräfte

$\Sigma M_A = 0$ = 6,00 kN * 2,00 m – V_B * 10,00 m + 3,00 kN/m * 4,00 m * 6,00 m

⇔ $\mathbf{V_B = 8{,}40\ kN}$

$\Sigma M_B = 0$ = V_A * 10,00 m - 6,00 kN * 8,00 m - 3,00 kN/m * 4,00 m * 4,00 m

⇔ $\mathbf{V_A = 9{,}60\ kN}$

$\Sigma H = 0$ = H_A – 2,00 kN

⇔ $\mathbf{H_A = 2{,}00\ kN}$

Kontrolle der vertikalen Auflagerkräfte:

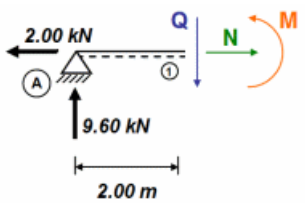
$\Sigma V = 0$ = 9,60 kN + 8,40 kN - 6,00 kN - 3,00 kN/m * 4,00 m

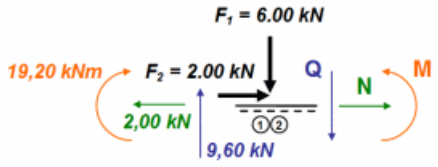
⇔ **0 = 0**

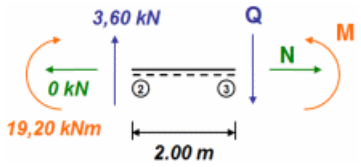
Einfeldträger unter horizontaler und vertikaler Einzellast sowie vertikaler Streckenlast

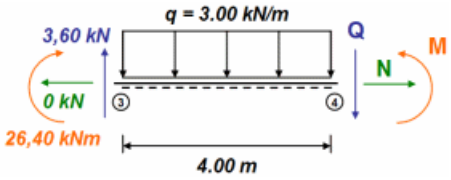
Schnittkraftermittlung

Nachdem die Auflagerkräfte eindeutig bestimmt wurden, erfolgt nun die schrittweise Ermittlung der Schnittkräfte an markanten Punkten, wie beispielsweise kurz vor und nach angreifenden Lasten.

Schnitt A – 1	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_1 - 2{,}00\ kN \Leftrightarrow \mathbf{N_1 = 2{,}00\ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_1 - 9{,}60\ kN \Leftrightarrow \mathbf{Q_1 = 9{,}60\ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_1 - 9{,}60\ kN/m * 2{,}00\ m$ $\Leftrightarrow \mathbf{M_1 = 19{,}20\ kNm}$

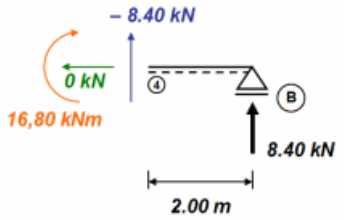
Schnitt 1 – 2	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_2 + 2{,}00\ kN - 2{,}00\ kN \Leftrightarrow \mathbf{N_1 = 0{,}00\ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_2 + 6{,}00\ kN - 9{,}60\ kN \Leftrightarrow \mathbf{Q_1 = 3{,}60\ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_2 - 19{,}20\ kNm \Leftrightarrow \mathbf{M_2 = 19{,}20\ kNm}$

Schnitt 2 – 3	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_3 - 0{,}00\ kN \Leftrightarrow \mathbf{N_3 = 0{,}00\ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_3 - 3{,}60\ kN \Leftrightarrow \mathbf{Q_3 = 3{,}60\ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_3 - 3{,}60\ kN * 2{,}00\ m - 19{,}20\ kNm$ $\Leftrightarrow \mathbf{M_3 = 26{,}40\ kNm}$

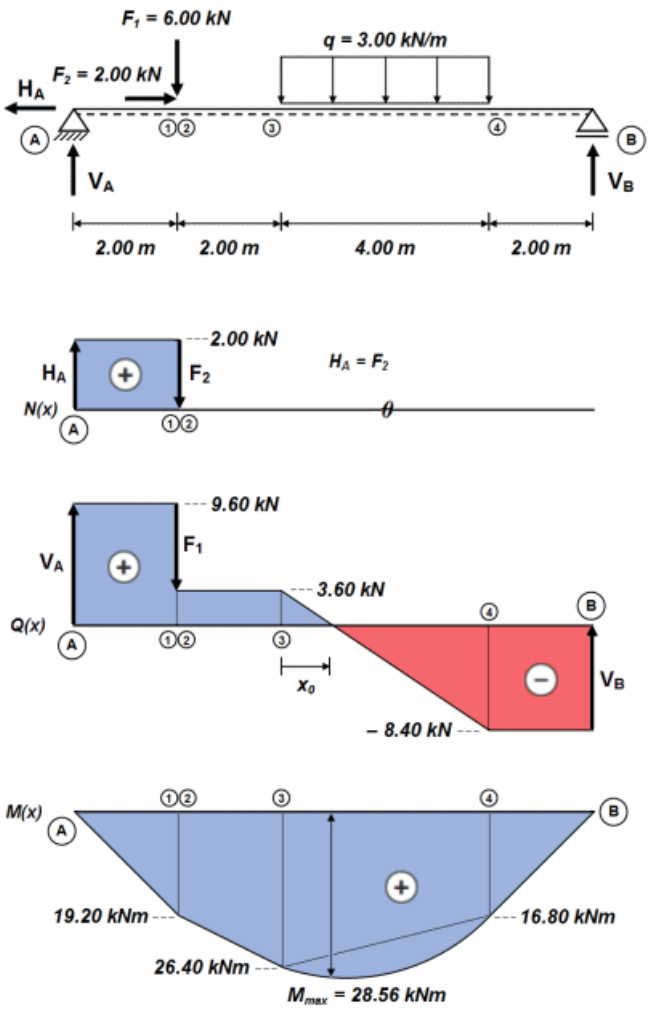
Schnitt 3 – 4	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_4 - 0{,}00\ kN \Leftrightarrow \mathbf{N_4 = 0{,}00\ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_4 + 3{,}00\ kN/m * 4{,}00\ m - 3{,}60\ kN$ $\Leftrightarrow \mathbf{Q_3 = -8{,}40\ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_4 + 3{,}00\ kN/m * 4{,}00\ m * 2{,}00\ m$ $- 26{,}40\ kNm - 3{,}60\ kN * 4{,}00\ m$ $\Leftrightarrow \mathbf{M_3 = 16{,}80\ kNm}$

Einfeldträger unter horizontaler und vertikaler Einzellast sowie vertikaler Streckenlast

Zur Kontrolle der Rechnung wird nun ein letzter Schnitt durchgeführt. Hierbei werden die Gleichgewichtsbedingungen auf ihre richtige Lösung hin untersucht.

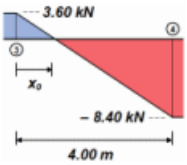
Schnitt 4 – B	Gleichgewichtsbedingungen
	**Σ H = 0** = 0,00 kN ⇔ **0,00 kN = 0,00 kN** **Σ V = 0** = 8,40 kN + (- 8,40 kN) ⇔ **0,00 kN = 0,00 kN** **Σ M = 0** = 16,80 kNm + (- 8,40 kN) * 2,00 m ⇔ **0,00 kNm = 0,00 kNm**

Schnittkraftlinien



Einfeldträger unter horizontaler und vertikaler Einzellast sowie vertikaler Streckenlast

Berechnung des maximalen Momentes



Nulldurchgang der Querkraftlinie:

X_0 = 3,60 kN * (4,00 m / (3,60 kN + 8,40 kN)) ⇔ **X_0 = 1,20 m**

Maximales Moment:

M_{max} = 26,40 kNm + 3,00 kN/m * 1,20 m * 0,60 m ⇔ **M_{max} = 28,56 kNm**